

Exercices de première sur les suites

Exercice 1 Soit (u_n) une suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + n - 1$.

1. Donner u_0 , u_1 et u_2 .
2. Exprimer en fonction de n : a) u_{n-1} b) u_{n+1} c) $u_{n+1} - u_n$
3. La suite (u_n) est-elle arithmétique ?
4. Quel est le sens de variation de (u_n) ?

Exercice 2 Préciser si les suites suivantes (u_n) sont arithmétiques, géométriques, ou ni l'un ni l'autre.

- a. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = n^2$.
- b. $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n - 5$.
- c. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{2n^2 + 5n + 3}{n + 1}$.
- d. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = \frac{3^{2n+1}}{2n}$.
- e. $u_0 = 3$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = -\frac{2}{3}u_n + 4$.

Exercice 3 Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = \frac{n+1}{n^2+1}$.

1. Déterminer la fonction f telle que $u_n = f(n)$.
2. Étudier le sens de variation de f et en déduire celui de (u_n) .
3. Calculer u_{10} , u_{100} , $u_{10\,000}$, u_{10^8} et $u_{10^{16}}$.
Que peut-on dire des valeurs de u_n lorsque n devient de plus en plus grand ?

Exercice 4 Même exercice avec les suites (u_n) définies pour tout entier naturel n par

- 1) $u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$. 2) $u_n = 3n^2 + 4n - 5$. 3) $u_n = -n^3 + 6n^2 - 9n + 5$.

Exercice 5 Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier n , $u_{n+1} = \frac{1}{u_n} + 1$.

Déterminer la fonction f telle que $u_{n+1} = f(u_n)$, puis tracer $\mathcal{C}_f$ et placer u_0 , u_1 , u_2 , u_3 et u_4 sur l'axe des abscisses.

Exercice 6 On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = xe^{-x}$ ainsi que la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , par $u_{n+1} = f(u_n)$.

- a) Dresser le tableau de variations de f et tracer la courbe $\mathcal{C}_f$ de f .
- b) Construire sur le graphique précédent les points A_0 , A_1 et A_2 d'ordonnées nulles et d'abscisses respectives u_0 , u_1 et u_2 .
- c) Conjecturer le sens de variation de la suite et sa limite. *Ces résultats seront démontrés plus tard...*

Exercice 7 (u_n) est la suite définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier n , $u_{n+1} = \frac{3u_n}{3 + 2u_n}$.

Pour tout entier n , on pose $v_n = \frac{3}{u_n}$.

1. Démontrer que (v_n) est une suite arithmétique.
2. En déduire une expression de v_n , puis de u_n en fonction n .

Exercice 8 (u_n) est la suite définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier n , $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{1}{6}$.

Pour tout entier n , on pose $v_n = 2u_n + 1$.

1. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique.
2. En déduire une expression de v_n , puis de u_n en fonction n .